

# LEAST SQUARES MONTE CARLO: EEN ALTERNATIEF VOOR REPLICATING PORTFOLIOS EN ANALYTISCHE WAARDERING?

Voor het bepalen van de Solvency Capital Requirement (SCR) voor marktrisico en voor de verschillende waarderingen in het kader van Market Consistent Embedded Value (MCEV) en de toereikendheidstoets is een groot aantal waarderingen van de embedded opties in de verzekeringsportefeuille vereist. Om al deze waarderingen op basis van Monte Carlo simulatie aan te pakken is praktisch niet werkbaar. Daarom hebben verzekeraars alternatieven ontwikkeld, zoals analytische waardering of replicating portfolios. Deze methoden hebben echter ook hun nadelen. In dit artikel licht ik daarom een alternatief toe, geheten 'Least Squares Monte Carlo' (LSMC).

door Richard Plat



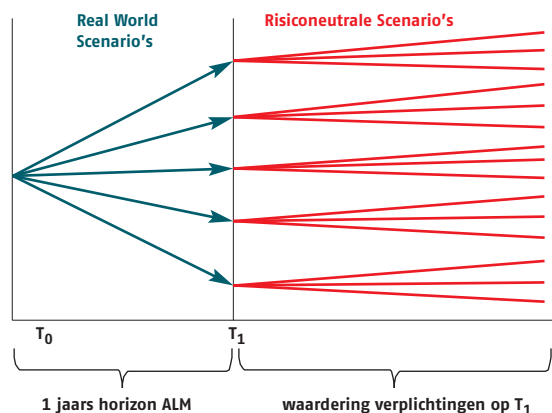
Dr. Richard Plat AAG RBA is eigenaar van Richard Plat Consultancy en geeft in die hoedanigheid advies aan verzekeraars en pensioenfondsen op het gebied van waardering en risicomangement.

1 – Zie bijvoorbeeld Plat (2005).

2 – De volledige referenties kunnen bij de auteur worden opgevraagd: rplatconsultancy@gmail.com

## 1. Achtergrond

Voor het grondig kwantificeren van het marktrisico in het kader van Solvency II en Asset Liability Management (ALM) wordt een marktwaarde balans opgesteld voor tienduizenden mogelijke reële ('real world') scenario's, vaak voor een horizon van 1 jaar. Daarvoor moet per scenario de marktwaarde van de verplichtingen bepaald worden. Die verplichtingen bevatten meestal ook embedded opties, die idealiter nauwkeurig op basis van bijvoorbeeld 10.000 ('risiconeutrale') Monte Carlo simulaties bepaald worden. Echter, dit is momenteel praktisch onwerkbaar, omdat dit bij elkaar opgeteld de doorrekening van miljoenen scenario's vereist. Dit wordt ook wel het 'nested simulations' probleem genoemd, en is weergegeven in figuur 1.



Figuur 1: het 'nested simulations' probleem

Daarom hebben verzekeraars alternatieven ontwikkeld, zoals analytische waardering van de embedded opties of replicating portfolios. Analytische waardering vindt in dat de waarde van een embedded optie wordt uitgedrukt in een analytische formule, zoals bijvoorbeeld ook voor (simpelere) beleggingsinstrumenten gebeurt<sup>1</sup>. Bij de replicating portfoliotechniek wordt door middel van optimalisatie een set van beleggingsinstrumenten gezocht waarvan

de toekomstige kasstromen zo dicht mogelijk tegen die van de verplichtingen aanliggen voor een aantal vooraf gedefinieerde scenario's.

Deze methoden hebben echter ook hun nadelen. Zo vereist analytische waardering specialistische kennis voor de implementatie en het onderhoud, die niet altijd aanwezig is. Replicating portfolios zijn niet toepasbaar voor niet-economische scenario's (zoals schokken in sterfteparameters) en er is vaak twijfel over de stabiliteit en kwaliteit van deze benadering. Het kan echter per verzekeraar verschillend zijn hoe zwaar deze nadelen wegen of in hoeverre deze nadelen enigszins kunnen worden ingedamd.

Maar gezien de bovengenoemde nadelen zou een alternatief welkom zijn. Zo'n alternatief is er in de vorm van Least Squares Monte Carlo (LSMC), zie ook Kousaris (2011)<sup>2</sup>. In dit artikel wordt deze techniek verder toegelicht.

## 2. Least Squares Monte Carlo

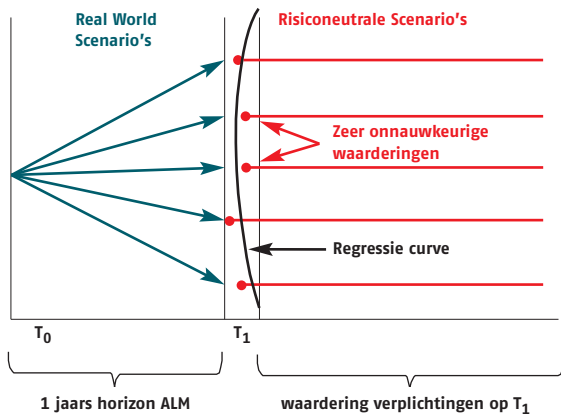
LSMC is een techniek die al jaren gebruikt wordt voor de waardering van complexe financiële beleggingsproducten. Deze techniek is voor het eerst in de literatuur toegepast op een verzekeringsproduct in Bauer et al (2009).

LSMC is in essentie vergelijkbaar met 'nested simulations': voor ieder van de tienduizenden real world scenario's wordt de waarde van de verplichtingen bepaald op basis van Monte Carlo simulatie. Echter, in dit geval wordt bijvoorbeeld maar één scenario gebruikt voor de waardering van de embedded opties. Dit levert per scenario uiteraard zeer onnauwkeurige waarderingen van de verplichtingen op. Echter, door al deze onnauwkeurige inschattingen wordt een regressie functie gefit. In deze regressiefunctie kunnen alle gewenste risicofactoren (zoals bijvoorbeeld korte rente, lange rente, aandelenkoersen, etc) opgenomen worden als verklarende variabelen. De regressiefunctie ziet er als volgt uit:

$$1) L(t_k) = \sum_m a_m B_m ( X(t_k) )$$

waar de  $a_m$ 's constanten zijn,  $B_m(\cdot)$  geschikte basisfuncties en  $X(t_k)$  de verklarende variabelen op tijdstip  $t_k$ . Voor de basisfuncties kunnen de zogenaamde Legendre, Hermite en Chebyshev polynomen gebruikt worden, maar ook simpelweg een macht van  $X(t_k)$  kan als basisfunctie gekozen worden. Dat laatste betekent dat er ook een normale polynoom als regressiefunctie gebruikt kan worden.

Deze regressiefunctie kan vervolgens als benadering van de waarde van de embedded opties gebruikt worden. De techniek wordt weergegeven in figuur 2.



**Figuur 2: werking Least Squares Monte Carlo techniek**

LSMC heeft enkele grote voordelen:

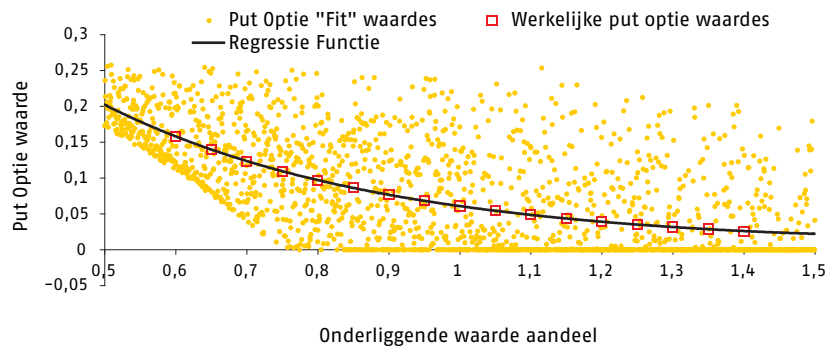
- De standaardfout (onzekerheid) van de schatting kan bepaald worden, wat belangrijk kan zijn in het kader van de validatie van de oplossing. De standaardfout kan indien gewenst verlaagd worden door het aantal risiconeutrale scenario's te verhogen van 1 naar bijvoorbeeld 5 – 10 (per real world scenario).
- Er kunnen ook niet-economische scenario's toegevoegd worden aan de regressiefunctie, waardoor de techniek ook bruikbaar kan zijn voor schokken in bijvoorbeeld sterfteparameters.
- De implementatie is relatief generiek voor verschillende producten, wat ten goede komt aan de snelheid van implementatie.

Er zijn echter ook nadelen te noemen:

- Indien de standaardfout niet laag genoeg is, kan het aantal door te rekenen scenario's snel oplopen naar 10.000 – 20.000. Niet alle verzekeraars hebben projectiesystemen beschikbaar die dit zonder meer aankunnen.
- Voor complexe producten kan de uiteindelijke regressiefunctie vrij groot zijn, wat de transparantie niet ten goede komt.

- Indien men ook geïnteresseerd is in een extra horizon (bijvoorbeeld 5 jaar), dan moet voor die horizon een aparte regressiefunctie geschat worden.
- Er is nog weinig ervaring met de toepassing van de techniek op verzekeringsproducten.

Ter illustratie laat figuur 3 de werking van de techniek zien voor een aandelen put optie met looptijd 10 en uitoefenprijs 1. Voor het fitten zijn 2 risiconeutrale scenario's gebruikt voor ieder van 2.000 real world scenario's. De gele punten in de figuur zijn de 2.000 zeer onnauwkeurige waarderungen, de zwarte lijn is de resulterende regressie functie en de rode vierkantjes zijn de werkelijke put optie prijzen.



**Figuur 3: werking LSMC voor aandelen put optie**  
(bron: Barrie & Hibbert)

De figuur laat zien dat de individuele schattingen ver uit elkaar liggen, maar dat de uiteindelijke regressiefunctie een nauwkeurige benadering is van de werkelijke optieprijzen.

Dezelfde exercitie kan uitgevoerd worden voor verzekeringsproducten in de volgende stappen:

- De risicofactoren identificeren die relevant zijn voor het product (rente, aandelen, sterfte, verval, etc);
- Het fitten van de regressiefunctie op basis van deze risicofactoren;
- Het verhogen van het aantal scenario's totdat de standaardfout voldoende laag is.

### 3. Conclusie

In dit artikel is een alternatief voor replicating portfolios en analytische waardering beschreven, genaamd LSMC. Ten opzichte van deze technieken heeft LSMC grote voordelen, maar ook enkele nadelen. Welke techniek uiteindelijk het meest optimaal is zal voor iedere verzekeraar verschillen en is onder andere afhankelijk van de aanwezige kennis in het bedrijf, het aantal scenario's dat het onderliggende actuariële projectiesysteem aankan en het beschikbare budget. ◀◀